TENTAMEN I TSRT22, TSRT19 REGLERTEKNIK

SAL:

TID: 2021-10-23 kl. 8:00-13:00

KURS: TSRT22, TSRT19 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Svante Gunnarsson, tel. 013-281747,070-3994847

BESÖKER SALEN: cirka kl. 9:00, 10:30 och 12:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

LÖSNINGSFÖRSLAG: Läggs upp i Lisam under de närmaste dagarna.

VISNING av tentan äger rum 2021-11-23, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 poäng
	betyg 5	43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

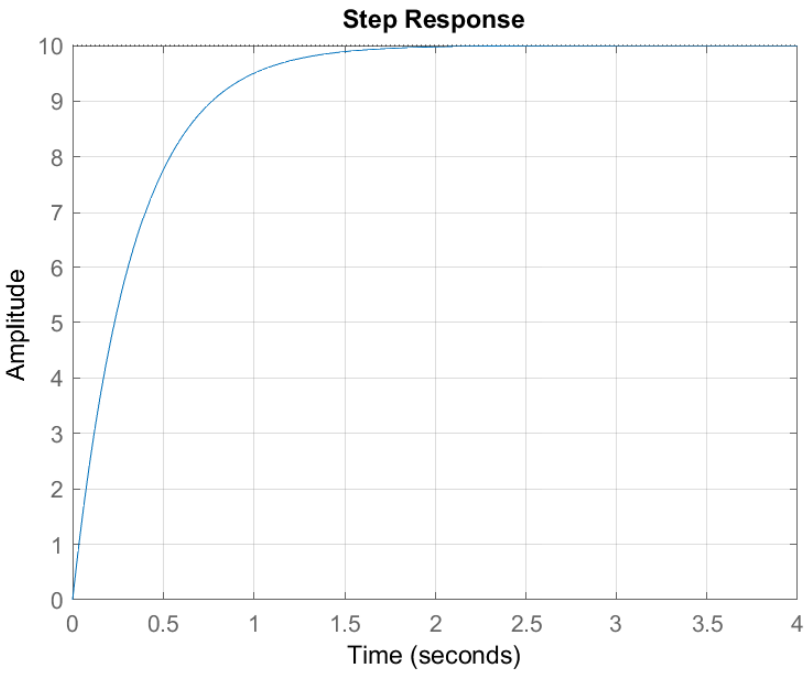
1. (a) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

För att bestämma koefficienterna i överföringsfunktionen låter man insignalen vara ett steg med amplitud fem, vilket ger stegsvaret enligt figur 1. Ange α och β. (3p)



Figur 1: Stegsvar till uppgift 1a.

(b) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

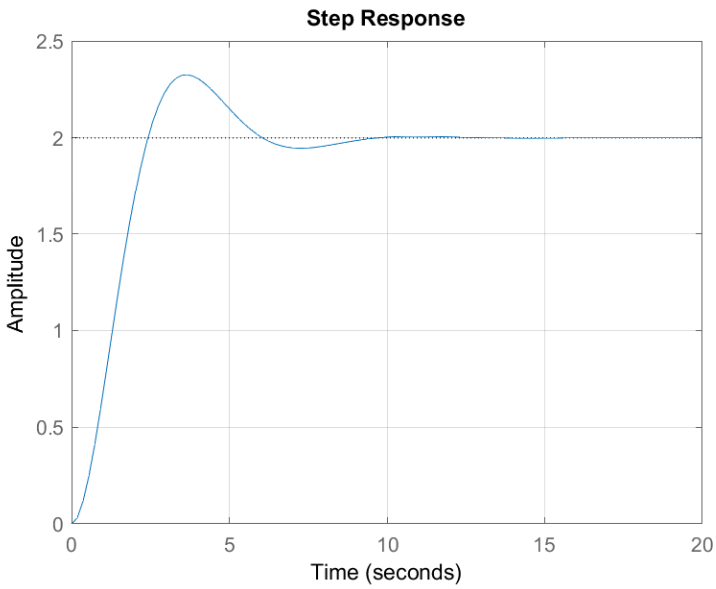
där

$$G(s) = \frac{\beta}{s^2 + a_1 s + a_2}$$

Systemets stegsvar, när $u(t)$ är ett steg med amplituden ett, ges av figur 2. I tabell 1 finns fem olika förslag på koefficientvärden hos överföringsfunktionen för att beskriva stegsvaret.Vilken av kombinationerna är rätt? (3p)

	β	a_1	a_2
I	2	1	1
II	2	2	1
III	1	1	2
IV	1	2	1
V	2	1	2

Tabell 1: Koefficientvärden för uppgift 1b.



Figur 2: Stegsvar till uppgift 1b.

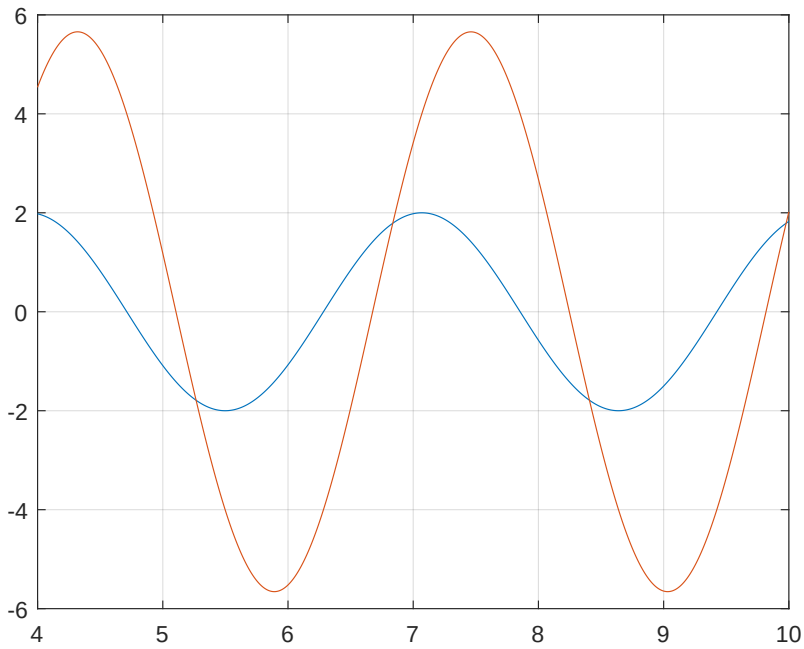
(c) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$

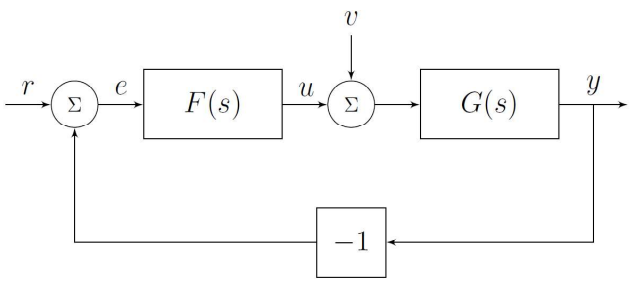
För att bestämma koefficienterna i överföringsfunktionen låter man insignalen vara en sinus med amplitud två, vilket ger in- och utsignal enligt figur 3. Ange k och τ. (4p)



Figur 3: In- och utsignal till uppgift 1c.

2. Betrakta reglersystemet i figur 4 där

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \qquad F(s) = K$$



Figur 4: Figur till uppgift 2a och 2b.

Antag också att $r(t) = 0$ och att störningen är sinusformad och ges av $v(t) = \sin \omega t$.

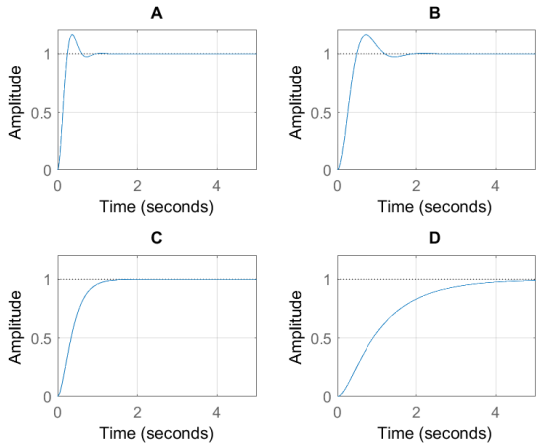
(a) Bestäm överföringsfunktionen från störningen $v(t)$ till reglerfelet $e(t)$. (2p)

(b) Bestäm ett krav på förstärkningen K så att reglerfelet uppfyller villkoret

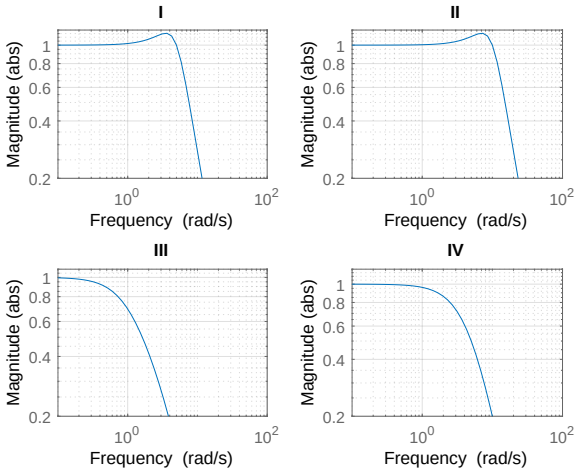
$$| e(t) | < 0.1$$

för fallen $\omega = 1$ rad/s respektive $\omega = 5$ rad/s. (4p)

(c) I figurerna 5 och 6 visas stegsvar och amplitudkurvor för fyra olika system. Kombinera stegsvaren och amplitudkurvorna. (4p)



Figur 5: Stegsvar till uppgift 2c.



Figur 6: Bodediagram till uppgift 2c.

3. (a) Ett system

$$Y(s) = \frac{1}{(2s+1)^2} U(s)$$

styrs med en PI-regulator på formen

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

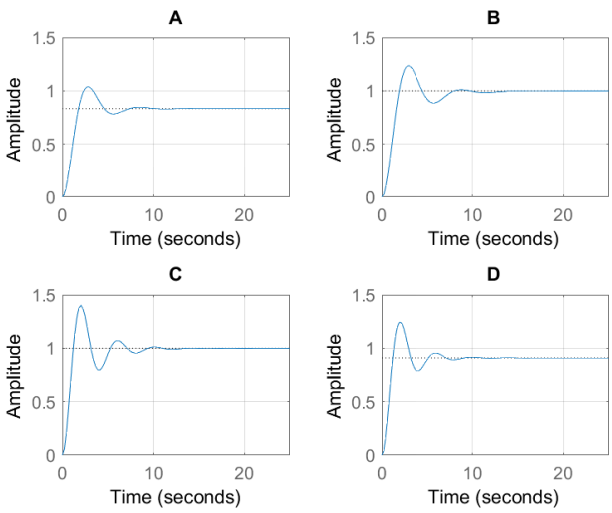
där

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

och $K_P > 0$ och $K_I > 0$. Figur 7 visar det återkopplade systmets stegsvar, när $r(t)$ är ett steg med amplitud ett, för fyra olika kombinationer av koefficienter i PI-återkopplingen enligt tabell 2. Kombinera figurerna med koefficienterna. (4p)

	K_P	K_I
I	10	2
II	10	0
III	5	1
IV	5	0

Tabell 2: Koefficientvärden för uppgift 3a.



Figur 7: Stegsvar till uppgift 3a.

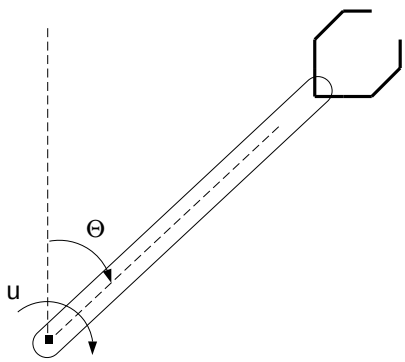
(b) Antag nu att regulatorn utökas med en deriverande del ($K_D > 0$) så att den ges av

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Bestäm överföringsfunktionen från referenssignal till reglerfel. (3p)

(c) Antag nu att referenssignalen till reglersystemet är en ramp med lutning två, d v s $r(t) = 2t$ för $t \geq 0$. Ange reglerfelets storlek i stationärt tillstånd. Vilka av koefficienterna i PID-återkopplingen påverkar storleken på det stationära felet? (Vi förutsätter att koefficienterna valts så att det återkopplade systemet är stabilt.) (3p)

4. Betrakta en robotarm enligt figur 8.



Figur 8: Robotarm.

Robotarmen kan något förenklat beskrivas av modellen

$$J\ddot{\theta}(t) = u(t) - f\dot{\theta}(t)$$

där $\theta(t)$ är robotarmens vinkel, $u(t)$ är det pålagda momentet, J är armens tröghetsmomentet och f är en friktonskoefficient. Med hjälp av tillståndsvariablerna $x_1(t) = \theta(t)$ och $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$ kan modellen beskrivas på tillståndsform som

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -f/J \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/J \end{pmatrix} u(t) \qquad \theta(t) = (1 \;\; 0)x(t)$$

(a) Antag att både vinkel och vinkelhastighet kan mätas, och att systemet kan styras med tillståndsåterkopplingen

$$u(t) = -l_1 x_1(t) - l_2 x_2(t) + r(t)$$

Ange det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. (3p)

(b) Antag att $J = 1$ och $f = 0.1$. Bestäm återkopplingskoefficienterna l_1 och l_2 så att det återkopplade systemets poler placeras i -1. (2p)

(c) Studera åter den återkoppling som bestämdes i b). Antag att robotarmen varit igång en längre tid och att slitage medfört att friktionen ökat till $f = 0.5$. Blir det återkopplade systemet snabbare eller långsammare? (2p)

(d) Betrakta åter den återkoppling som beräknades i b), men antag nu att den sensor som mäter vinkelhastigheten går sönder så att återkopplingen från vinkelhastigheten försvinner. Hur påverkar detta det återkopplade systemets egenskaper? Förblir det återkopplade systemet stabilt? (3p)

5. De f d LiTH-studenterna Emil och Isabella har köpt ett fallfärdigt fritidshus för ett antal miljoner, och medan de lyssnar på "Hungry Heart" från Bruce Springsteens skiva The River funderar de över hur man skulle kunna arrangera husets värmesystem. Från grundkursen i reglerteknik minns de att temperaturen i huset, mycket förenklat, kan beskrivas med differentialekvationen

$$c \cdot m \cdot \dot{y}(t) = u(t) - \lambda(y(t) - v(t))$$

där $u(t)$ är den tillförda effekten, $y(t)$ är innetemperaturen och $v(t)$ är utetemperaturen. Vidare bestäms koefficienterna c och m av material och liknande i huset, och λ bestäms av hur välisolerat huset är. För enkelhets skull sätter vi $c = m = 1$ och att $v(t) = 0$.

(a) Antag att insignalen är ett steg med värdet $\bar{u}$, d v s $u(t) = \bar{u}$ för $t \geq 0$ och att $y(0) = 0$. Verifiera att innetemperaturens slutvärde är inverst proportionell mot λ (d v s proportionell mot $1/\lambda$) oberoende av värdet på $\bar{u}$. Varför är detta intuitivt rimligt? (2p)

(b) I huset finns en taffligt inställd PI-regulator på formen

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

där $K_P = 1$ och $K_I = 4$, där man antagit att $\lambda = 1$. Isabella och Emil vill undersöka vilken inverkan isoleringen har på reglersystemets egenskaper, och de antar att huset i verkligheten kan beskrivas med modellen

$$\dot{y}(t) + (1 + \delta)y(t) = u(t)$$

där $\delta > -1$. Kan det återkopplade systemet bli instabilt för något δ? (3p)

(c) Emil och Isabella vill också testa att använda det s k robusthetskriterium som presenterades i grundkursen. Givet att PI-regulatorn tagits fram baserat på modellen

$$\dot{y}(t) + y(t) = u(t)$$

och att verkliga systemet ges av

$$\dot{y}(t) + (1+\delta)y(t) = u(t)$$

bestäm det relativa modellfelet. Antag att utseendet på $\mid G_C(i\omega) \mid$ i detta fall ger kravet

$$\frac{1}{\mid \Delta G(i\omega) \mid} > 1.5 \quad \forall \ \omega$$

för att kunna garantera stabilitet då PI-regulatorn används på det verkliga systemet. Vad ger det för krav på δ? (4p)

(d) Isabella och Emil noterar också att reglersystemet inte använder någon s k framkoppling. Vad behöver dom köpa för att kunna införa framkoppling? (1p)